



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
www.tul.cz



SVOČ 2013

SEKCE: STROJÍRENSTVÍ

NUMERICKÁ SIMULACE MAGNETOHYDRODYNAMICKÝCH TOKŮ

Horáková Kateřina

NUMERICKÁ SIMULACE MAGNETOHDRODYNAMICKÝCH TOKŮ

Horáková Kateřina

Sekce - STROJÍRENSTVÍ,
Fakulta STROJNÍ, 6. ročník
Doktorský studijní program – STROJNÍ INŽENÝRSTVÍ

Abstrakt: Tato práce se zabývá účinky rotačního magnetického pole na vodivou taveninu v nádobě. Pro efektivní využití magnetického pole (např. při výrobě polovodičů) je velice důležité předem vědět, jak se bude tavenina pod vlivem magnetického pole chovat, jaké proudění toto pole vyvolá a jaké bude primární a sekundární proudění. V softwaru Ansys Fluent je provedena numerická simulace proudění vyvolaného tímto rotačním magnetickým polem, vykresleny jsou silové účinky i vzniklé rychlostí pole. Simulace jsou provedeny pro válcovou a krychlovou nádobu. Pro válcovou nádobu byl dále odvozen analytický vztah pro sílu, která uvádí taveninu do pohybu (Lorentzovu sílu) a výsledky byly porovnány se simulacemi ve Fluentu. Pro krychlovou nádobu byly silové účinky porovnány s výsledky z nekomerčního kódu NS-FEM3D.

Klíčové slova: Fluent, Lorentzova síla, magnetohydrodynamika, nestacionární proudění

1 Úvod

Magnetohydrodynamika (MHD) je nauka o chování elektricky vodivé tekutiny v magnetickém poli. První zmínky o MHD se objevovaly v souvislosti s astrofyzikou a geofyzikou. V padesátých letech se zájem o MHD zaměřil hlavně na řízení termionukleární fúze (Doležal [1]). Později se zájem o MHD rozšířil i do průmyslových odvětví. V technické praxi se MHD využívá např. při kontinuálním lití oceli, při výrobě polovodičů, levitačním tavení (při výrobě superčistých kovů) a také při bezkontaktním míchání taveniny v metalurgii. Vhodně použitý druh a intenzita pole zlepšuje homogenitu a výslednou strukturu taveniny zlepšením přenosu tepla a hmoty.

Téma této práce navazuje na odborný výzkum týmů z Německa, z Lotyšska, Izraele, Francie a dalších států. Protože experimentální výzkum MHD je poměrně náročný, jako vhodný způsob řešení magnetohydrodynamických toků se ukázaly být numerické simulace. V odborných publikacích (např. Mößner [2], Barz [3]) se zkoumají různé druhy magnetického pole a jejich vliv na taveninu. Jako nejlépe využitelné se v posledních letech zdá rotační magnetické pole (Dold [4], Stiller [5]). Zkoumá se však např. i skládání různých magnetických polí dohromady (Doležal [1]), skládání několika stejných (rotačních) polí, avšak s různou intenzitou, úhlovou rychlostí či smyslem rotace (Spitzer [6]). Pro efektivní využití magnetického pole je nutné vhodně zvolit intenzitu magnetického pole a další parametry, jinak by se místo pozitivního vlivu magnetického pole na taveninu objevily či zvýraznily vlivy negativní (mikrosegregace - Dold [7] a makrosegregace - Willers [8]).

1.1 Popis problematiky

Magnetohydrodynamické jevy v tekutých kovech jsou vyvolány vnějším, zpravidla časově či prostorově proměnným elektromagnetickým polem, jehož rozložení je popsáno Maxwellovými rovnicemi. V elektricky vodivé tavenině se indukují vířivé proudy, které generují silové účinky působící na částice taveniny. Tyto účinky jsou příčinou proudění, které je popsáno Navier – Stokesovou rovnicí a rovnicí kontinuity (Doležal [1]). Síla, která uvádí taveninu do pohybu, se nazývá Lorentzova síla.

Cílem práce je popis zejména silového účinku rotačního magnetického pole na taveninu v nádobě (viz obr. 1). Je uvažována válcová a krychlová nádoba. Numerická simulace proudění ve válcové i krychlové nádobě je provedena pomocí komerčního softwaru Ansys Fluent s použitím nadstavbového modulu MHD. Výsledky silových účinků v krychlové nádobě jsou porovnány s výsledky nekomerčního softwaru NS-FEM3D. Pro válcovou nádobu byl proveden celý systém odvození vedoucí na analytický vztah pro Lorentzovu sílu a výsledky byly porovnány se silovými účinky z Fluentu. Simulace byla provedena pro Taylorovo číslo proudění: $Ta = 1.10^6$. Taylorovo číslo je definováno:

$$Ta = \frac{\sigma \cdot \varpi \cdot B_0^2 \cdot R^4}{2 \cdot \rho \cdot \nu^2} \quad (1)$$

kde B_0 je amplituda magnetické indukce, ϖ je úhlová rychlost magnetického pole, R je poloměr nádoby (pro krychli polovina strany krychle), ρ je hustota, ν kinematická viskozita a σ je elektrická vodivost materiálu.

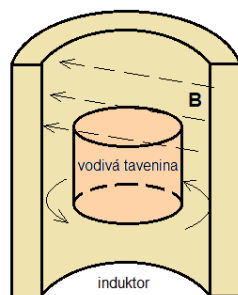
2 Ansys Fluent

Pro řešení MHD ve Fluentu byl použit nadstavbový modul MHD, což je přídavný modul pro standardní verzi Fluentu. Tento modul dovoluje analyzovat chování elektricky vodivé taveniny ovlivněné střídavým nebo stejnosměrným proudem. Externě buzené magnetické pole může být generováno pomocí vložených rovnic a knihoven, nebo mohou být data vložena externě pomocí datového souboru. Více informací o MHD modulu je v publikaci *Ansys* [9]. Rovnice v MHD modulu jsou vloženy pomocí již nadefinovaných tzv. user-defined functions (UDF) – funkce vloženy uživatelem. MHD modul obsahuje UDF knihovnu a předpřipravenou knihovnu schémat. MHD modul je poměrně nový a existují ještě některé limity řešení (např. pokud je vyšší frekvence pole, je vyžadován velice malý časový krok (*Ansys* [9])) a některé další části (tuhnutí, modelování volné hladiny, vícefázové proudění atd.) budou součástí až vyšších verzí modulu a Fluentu.

2.1 Válcová nádoba

V Ansys meshingu byl vytvořen model válcové nádoby. Okrajové podmínky celého pláště i podstav byly zvoleny jako „wall“ – stěna, všechny elektricky izolované. Počet elementů sítě byl cca 550 000 (včetně zjemnění v oblasti mezní vrstvy). Model turbulence byl nastaven DDES s RANS modelem Spalart – Allmaras. Řešení MHD rovnic bylo ve Fluentu rozšířeno o výpočet Lorentzových sil. Protože jsou k dispozici pro pozdější porovnání data z proudění v krychlové nádobě z nekomerčního softwaru NS-FEM3D (*Fraňa* [10, 12]), hodnoty fyzikálních veličin taveniny byly nastaveny stejně jako v tomto kódu: hustota $\rho = 6361 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, kinematická viskozita $\nu = 3,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, elektrická vodivost $\sigma = 3,3 \cdot 10^6 \text{ S}$. Tyto hodnoty veličin byly dále použity i do odvozeného analytického vztahu pro Lorentzovu sílu. Dále byly nastaveny hodnoty externího magnetického pole – střídavé pole, úhlová rychlost magnetického pole $\varpi = 439 \text{ s}^{-1}$ a amplituda magnetického pole $B_0 = 4.478 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. V publikaci *Ansys* [9] je popsán limit současné verze MHD modulu - pro AC pole je možnost pracovat pouze s relativně malými frekvencemi pole, pro vyšší frekvence je vyžadován velice malý časový krok. Dle nastavených parametrů bylo v tomto případě nutné použít časový krok na počátku výpočtu 10^{-6} s , poté byl zvýšen na $2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Toto omezení však značně prodloužilo dobu výpočtu. Celý výpočet byl proveden na výpočetní stanici na 8 jádrech. Výpočet trval 9 měsíců a bylo dosaženo celkového času 10 s.

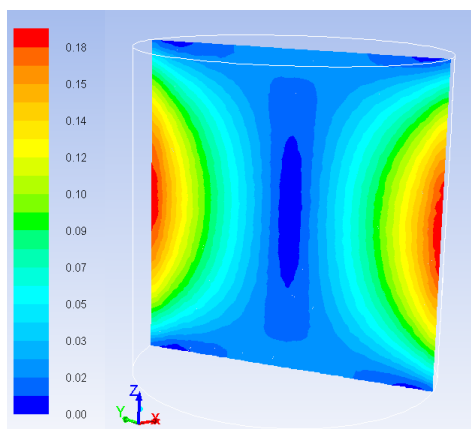
Na obr. 1 je zobrazen fyzikální popis problematiky. Válcový induktor je v řezu a uvnitř je válcová nádoba s elektricky vodivou taveninou. Tato tavenina je vlivem rotačního magnetického pole (RMF) roztáčena dominantně v azimutálním směru (primární proudění).



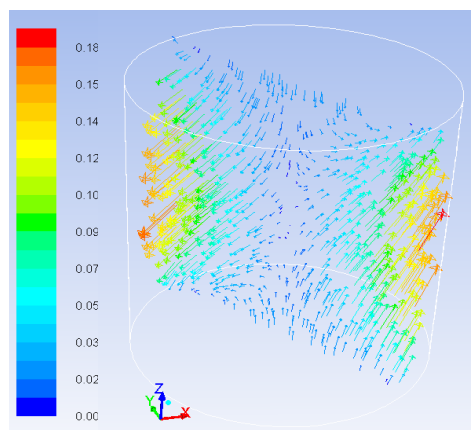
obrázek 1: Popis problematiky – proudění vodivé taveniny ve válcové nádobě vlivem RMF

Lorentzovy síly lze ve Fluentu zobrazit pouze jako okamžité, nikoli časově středované. Časové středování magnetických veličin není v modulu implementováno (*Ansys* [9]). Aby bylo možné provést porovnání hodnot a kontur Lorentzových sil pro Fluent a analytický vzorec, byl v průběhu výpočtu zobrazován graf vývoje Lorentzových sil v čase a z něho odvozena hodnota časově středovaných Lorentzových sil. Smysl Lorentzových sil se vlivem střídavého proudu mění každou periodu.

Maxima Lorentzových sil (zobrazena červeně) se nacházejí v polovině výšky nádoby v blízkosti pláště nádoby, minima (zobrazena modře) jsou u podstav a u axiální osy nádoby.



obrázek 2: Kontury celkové Lorentzovy síly (v Newtonech)



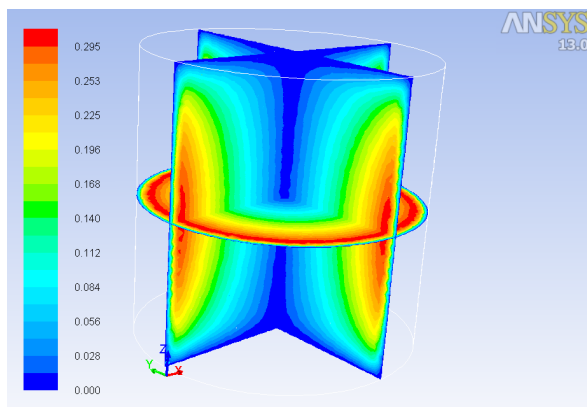
obrázek 3: Vektory sil zbarvené podle celkové velikosti síly (v Newtonech)

Na obr. 4 - 6 jsou zobrazena vyvolaná rychlostní pole. Na obr. 4 jsou zobrazeny časově středované rychlosti v azimutálním směru, na obr. 5 axiální a na obr. 6 radiální rychlosti. Maxima jsou zobrazena červeně, minima modře. Je vidět, jak je tavenina roztáčena vlivem rotačního magnetického pole dominantně v azimutálním směru. Maxima se nacházejí blízko u pláště (cca $0,9 R$), minima u horní a dolní podstavě a částečně u axiální osy.

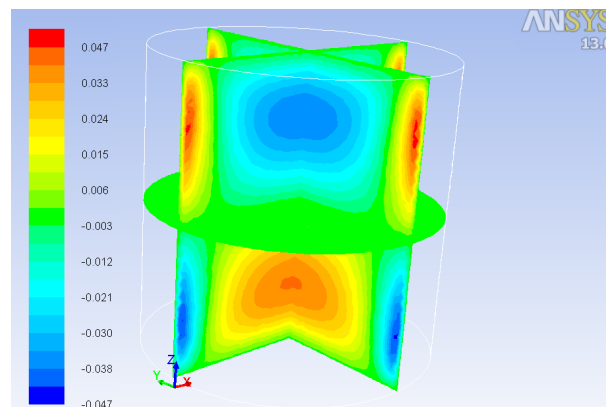
I když je tavenina vlivem rotačního magnetického pole dominantně roztáčena v azimutálním směru (primární proudění), pro promíchávání taveniny je vznikající sekundární proudění též velmi důležité. Sekundární proudění vzniká tlakovým gradientem v Ekmanově mezní vrstvě (v mezní vrstvě na horní a dolní podstavě). Ekmanovo pumpování vzniká kdykoli je rozdílná rotace mezi viskózní tekutinou a pevnou stěnou (*Davidson* [11]).

Sekundární proudění v tomto případě je zobrazeno zvlášť (obr. 5 – 6) pomocí axiálního a radiálního rychlostního pole. Kontury jsou dle teorie správně – v Ekmanově vrstvě vznikají vírové struktury, až se v tavenině vytvoří protisměrné toroidální víry (*Davidson*

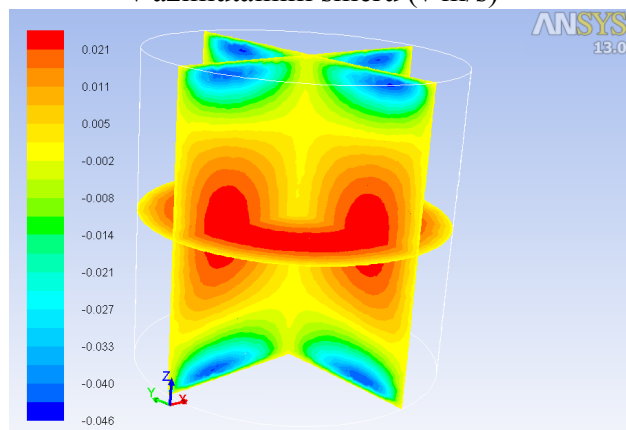
[11]). Radiální proudění je proti axiálnímu přibližně poloviční. Vznik protisměrných vírů je nejlépe vidět na zobrazení vektorového rychlostního pole (obr. 7).



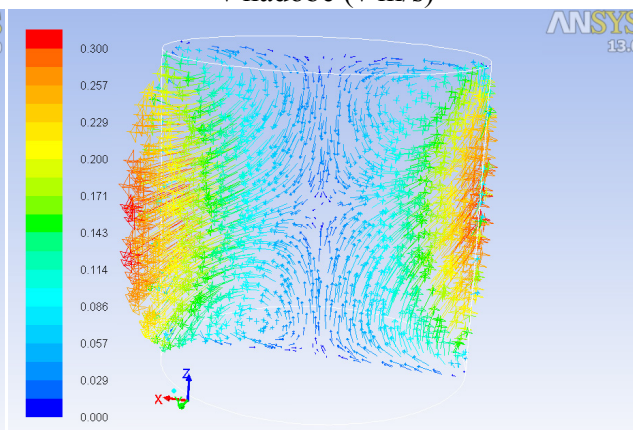
obrázek 4: Časově středované rychlostní pole v azimutálním směru (v m/s)



obrázek 5: Časově středované axiální rychlosti v nádobě (v m/s)



obrázek 6: Časově středované radiální rychlosti v nádobě (v m/s)

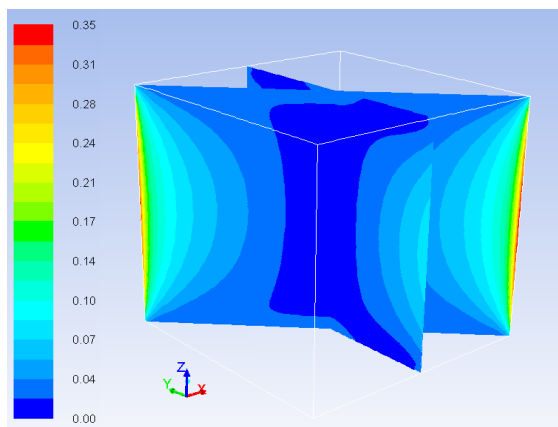


obrázek 7: Vektory celkových rychlostí zbarvené podle velikosti celkových rychlostí v nádobě (v m/s)

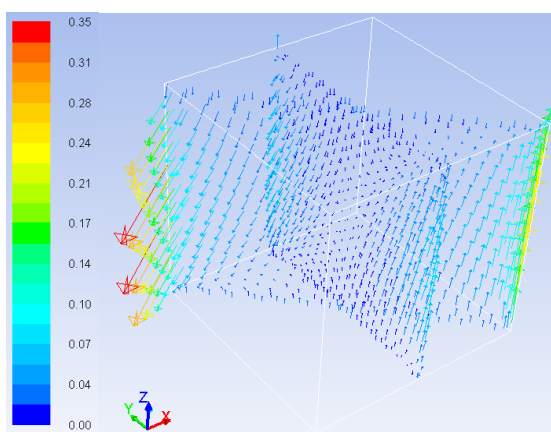
2.2 Krychlová nádoba

Stejně nastavení jako u válcové nádoby bylo nastaveno i u modelu krychle. Počet elementů sítě byl cca 850 000 (včetně zjemnění v oblasti mezní vrstvy). Pro výpočet byl opět zvolen DDES model turbulence s RANS modelem Spalart – Allmaras. Tento turbulentní model byl pro tuto problematiku již verifikován (Fraňa [10]). Výpočet byl proveden na pracovní stanici na 8 jádrech. U výpočtu byl nastaven velice malý časový krok – na počátku výpočtu 10^{-6} s, který byl postupně zvedán až na $2 \cdot 10^{-5}$ s. Tento malý krok byl nastaven hlavně z důvodu limitu MHD modulu (viz válcová nádoba). Za cca 9 měsíců výpočtu na výpočetní stanici byl dosažen celkový čas 10 s.

Maxima jsou opět zobrazena červeně, minima modře. Maximální Lortzovy síly (obr. 8) se tedy nacházejí v polovině výšky nádoby v hranách pláště nádoby, minima u horní a dolní podstavy a u axiální osy nádoby. Kontury Lorentzových sil jsou podobné konturám z výpočetního kódu NS-FEM3D (Fraňa [12]). Hodnoty v rozích nádoby vykazují poměrně dobrou shodu ve velikosti Lorentzových sil, další hodnoty jsou však ve Fluentu o něco menší. Výsledná velikost sil je ovlivněna i tím, že Fluent počítá i se složkou síly f_z .



obrázek 8: Kontury celkových Lorentzových sil (v Newtonech)

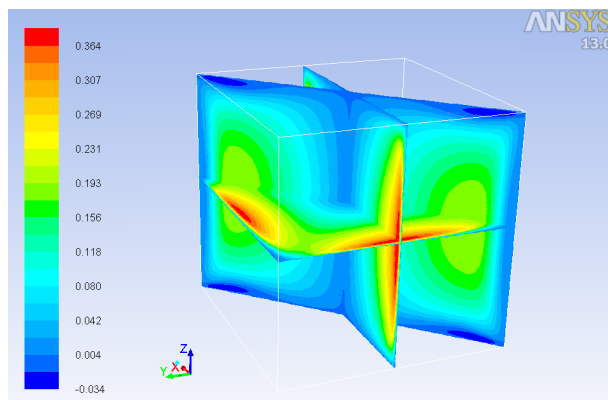


obrázek 9: Vektory Lorentzových sil zbarvené podle celkové velikosti síly – v daném v čase (v Newtonech)

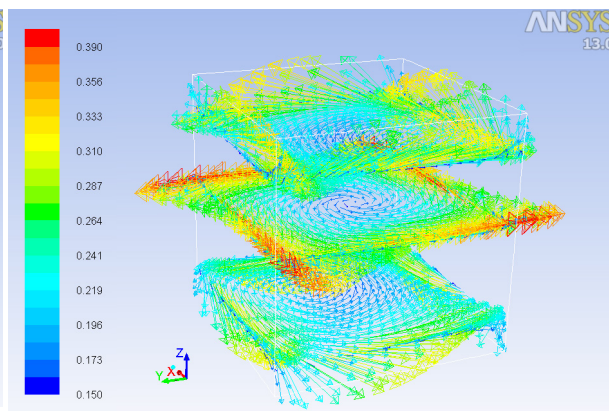
Fluent řeší parciální diferenciální Maxwellovy rovnice numericky a počítá se všemi složkami sil. Složka f_z je nenulová hlavně u horní a dolní podstavy. V těchto místech hraje roli, obzvlášť pro krychlovou nádobu, uzavření proudové smyčky a vliv hran a rohů.

Na obr. 10 je zobrazeno časově středované rychlostní pole v azimutálním směru. Maxima jsou zobrazena červeně, minima modře. Maxima se vyskytují u vnějšího pláště (v polovině výšky nádoby) v oblasti pláště pomyslného vepsaného válce, minima jsou v rozích, u axiální osy a u podstav. U horní a dolní podstavy je tavenina ovlivněna hranami a frikčními jevy. V polovině výšky nádoby je možné si povšimnout čtyř oblastí s nejvyššími rychlostmi proudění. Jsou to oblasti s nejmenším poloměrem od axiální osy (osy z), v polovině výšky nádoby (v oblasti pláště pomyslného vepsaného válce). Tavenina je v těchto oblastech urychlována, aby v rozích následně zpomalila. Tyto čtyři oblasti maximálních rychlostí se objevují u jakékoli intenzity magnetického pole.

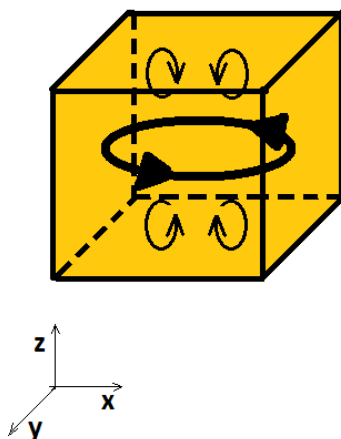
Na vektorovém rychlostním poli (obr. 11) je názorně vidět, jak je tavenina roztáčena vlivem rotačního magnetického pole dominantně v azimutálním směru. I když je dominantní proudění (primární – na obr. 12 vyznačeno tlustě) v azimutálním směru, i sekundární proudění (obr. 12 – vyznačeno tenče) hraje významnou roli. Jeho velikost je však mnohem menší než primární proudění. Vlivem sekundárního proudění se vytváří u horní a dolní podstavy protisměrné vírové struktury (obr. 12), které taveninu promíchávají axiálními a radiálními rychlostmi. Tavenina je promíchávána vlivem sekundárního proudění hlavně v blízkosti horní a dolní podstavy. V oblasti poloviny výšky nádoby převažuje primární – azimutální – proudění. Rychlostní pole v axiálním směru je zobrazeno na obr. 13. Kontury axiálních rychlostí potvrzují, že se tvoří protisměrné víry, proudění dosahuje nejvyšších axiálních rychlostí v hranách stěn pláště. Nejméně je ovlivněna oblast v polovině výšky nádoby.



obrázek 10: Kontury časově středovaných rychlostí v azimutálním směru

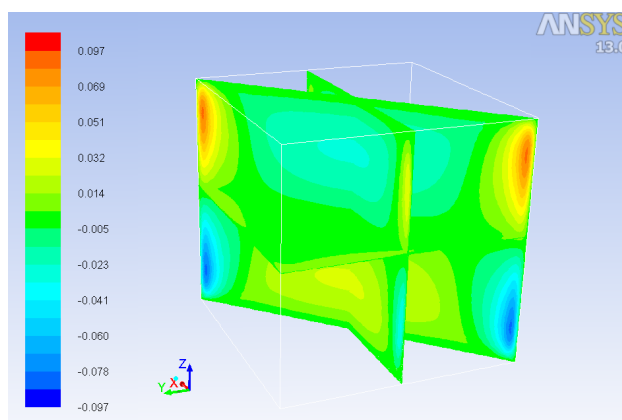


obrázek 11: Vektory celkových rychlostí zbarvené podle celkových rychlostí

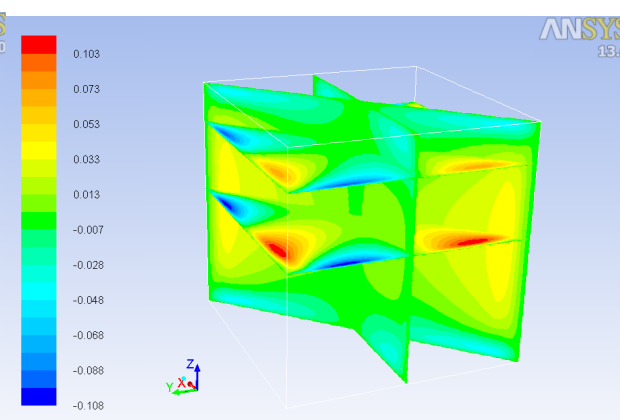


obrázek 12 : Primární a sekundární proudění taveniny v krychlové nádobě

Kontury radiálních rychlostí jsou zobrazeny na obr. 14. Maximální radiální rychlosti proudění dosahuje tavenina poblíž stěn nádoby. Ze střídání maximálních a minimálních hodnot lze usuzovat, že se vytvářejí rotující vírové struktury, které promíchávají taveninu.



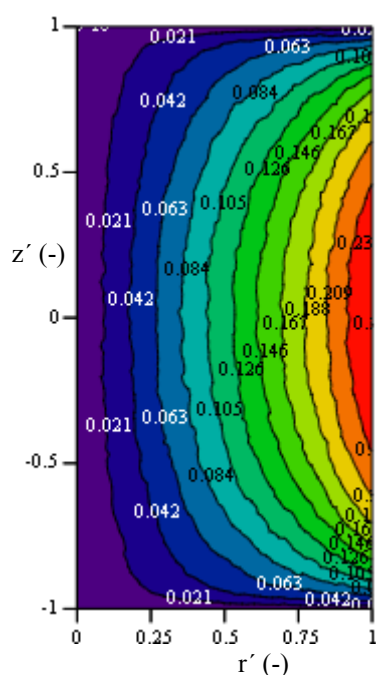
obrázek 13 Kontury axiálních rychlostí



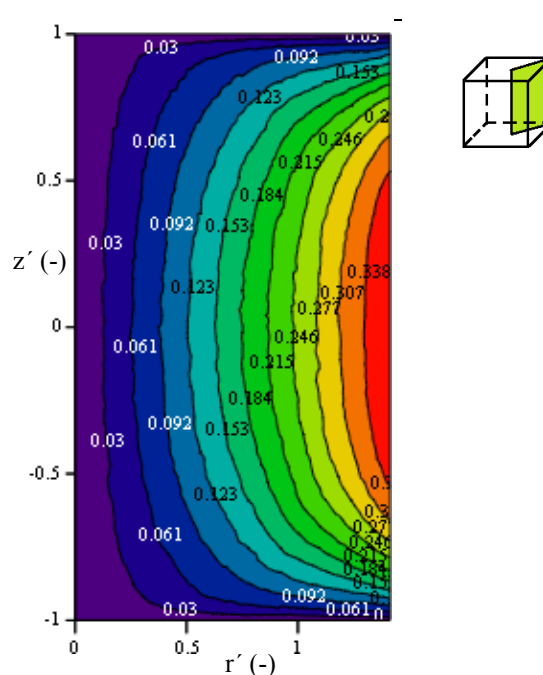
obrázek 14 Kontury radiálních rychlostí

Pro porovnání silových účinků zjištěných z Ansys Fluentu (numerickým řešením Maxwellových rovnic s uvažováním nenulových složek sil v x,y i z) je možné použít výsledky z nekomerčního softwaru NS-FEM3D, který je k dispozici na katedře. Výsledky z tohoto výpočetního kódu byly verifikovány např. v *Fraňa* [12]. Nastavení kódu je podobné jako ve Fluentu, opět použit DDES turbulentní model, avšak při řešení je využito toho, že se dá zanedbat oscilační složka Lorentzových sil a je možné uvažovat pouze časově středovanou azimutální složku sil. Řešení je provedeno na síti o cca 2 mil. elementů a řešení není závislé na časovém kroku.

Kontury sil v jednotlivých rovinách jsou zobrazeny pomocí MathCadu, a proto si barevné škály na obr. 15 a 16 neodpovídají. Jednotlivé barevné stupnice platí pouze pro jeden daný obrázek (červeně maxima, modře minima). Kontury sil z kódu NS-FEM3D jsou si velice podobné s výsledky z Fluentu a v hranách pláště nádoby vykazují dobrou shodu i velikosti sil. Hodnoty sil v jiných místech jsou ve Fluentu o něco menší. Maxima i minima se nacházejí na stejných místech.



obrázek 15 Kontury Lorentzových sil z kódu NS-FEM3D (v Newtonech)



obrázek 16 Kontury Lorentzových sil z kódu NS-FEM3D - v šikmé rovině (v Newtonech)

3 Analytický vztah pro Lorentzovu sílu

Pro odvození analytického vztahu pro Lorentzovu sílu u válcové nádoby je uvažováno, že nádoba má elektricky izolované stěny a tavenina uvnitř nádoby je elektricky vodivá. Tavenina je roztáčena vlivem rotačního magnetického pole o magnetické indukci (uvedeno v cylindrických souřadnicích):

$$\mathbf{B} = B_0 \cdot \sin(\varphi - \varpi \cdot t) \cdot \mathbf{e}_r + B_0 \cdot \cos(\varphi - \varpi \cdot t) \cdot \mathbf{e}_\varphi \quad (2)$$

Předpokládá se, že magnetické pole je generované ideálním induktorem nekonečné délky (z důvodu co nejmenšího rozptylu magnetického pole na koncích induktoru) a vysoké permeability materiálu uvnitř *Priede* [13]). Magnetická indukce má jen složky B_r a B_φ , protože se předpokládá, že vertikální velikost dvupólového induktoru je větší než výška taveniny, resp. výška nádoby. V praxi je možné (vzhledem ke konečné délce induktoru), že se vyskytne v rovnici 2 i závislost na z (vznikne B_z), nicméně pro většinu aplikací toto význam nemá. Dvě složky B_φ a B_r odpovídají i pro reálné případy (*Barz* [14]).

Pomocí rovnice $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \text{rot } \mathbf{A}$ se zjistí vektorový potenciál \mathbf{A} a následně intenzita elektrického pole dle vztahu:

$$\mathbf{E} = -(\nabla \Phi_{\text{rot}} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}) \quad (3)$$

$\Phi_{\text{rot}}(r, \varphi, z, t)$ je skalární potenciál. V této práci je uvažováno, že penetrační hloubka (δ) je větší než radius taveniny, resp. nádoby a úhlová rychlost pole ω je výrazně větší než úhlová rychlost taveniny ω_m . Skalární potenciál Φ_{rot} lze tedy rozložit do 2 částí (*Priede* [13]):

$$\Phi_{\text{rot}}(r, \varphi, z, t) = \Phi_1(r, z) \cdot \sin(\varphi - \varpi \cdot t) + \Phi_2(r, z) \cdot \cos(\varphi - \varpi \cdot t) \quad (4)$$

Proudová hustota \mathbf{j} se dle Ohmova zákona pro pohybující se médium vypočítá (*Priede* [13]):

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5)$$

Ve vztahu pro proudovou hustotu je \mathbf{v} vektor rychlosti proudění.

Protože se však předpokládá nízká magnetická indukce a nízká frekvence magnetického pole, můžeme využít pro výpočet proudové hustoty určité zjednodušení. Magnetické pole ovlivňuje pohyb taveniny, ta ale zpětně neovlivňuje (nebo jen velice málo) magnetické pole. Člen vektorového součinu rychlosti proudění a magnetické indukce (v rovnici 5) lze tedy zanedbat (úhlová rychlost tekutiny je mnohem menší než úhlová rychlost magnetického pole) a redukovaný Ohmův zákon je potom:

$$\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (6)$$

Pomocí rovnice $\nabla \cdot \mathbf{j} = \text{div } \mathbf{j} = 0$, což je podmínka kontinuity elektrického proudu (absence zdroje elektrického střídavého proudu - *Davidson* [11]), lze vyjádřit složky proudové hustoty, kde jediné neznámé jsou derivace skalárního potenciálu v prostoru. Řešení pro skalární potenciál je poměrně komplikované, protože složky Φ_1 a Φ_2 jsou funkce dvou proměnných (r, z). Další výpočty jsou uvedeny pouze pro výpočet Φ_1 , protože ten je spojený s azimutální složkou proudění. Φ_2 je spojený s meridionálním prouděním a je možné ho zanedbat (*Priede* [13]).

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right) \cdot \Phi_1 = 0 \quad (7)$$

Řešení pro Φ_1 (rovnice 7) bylo provedeno pomocí Fourierovy metody separace proměnných, kdy se předpokládá, že lze řešení rozdělit na část závislou pouze na r a druhou pouze na z (*Stewart* [15]), vyřešit každou část zvlášť a pak vynásobit řešení mezi sebou. U části závislé pouze na z se hledá řešení diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty. Tato rovnice se řeší pomocí charakteristické rovnice. U části závislé pouze r se rovnice převede na tvar Besselovy rovnice, jejíž řešením jsou Besselovy funkce. Pomocí těchto postupů se zjistil analytický vztah pro skalární potenciál. Následně se dosadily okrajové podmínky. Protože se uvažují elektricky izolované stěny, kdy není umožněn prostup proudové hustoty skrz stěny, okrajová podmínka je: $j_n = 0$, tzn., že na stěnách je proudová hustota v normálovém směru rovna nule.

Lorentzovy síly (síly, které uvádějí taveninu do pohybu – obr. 17) jsou definovány :

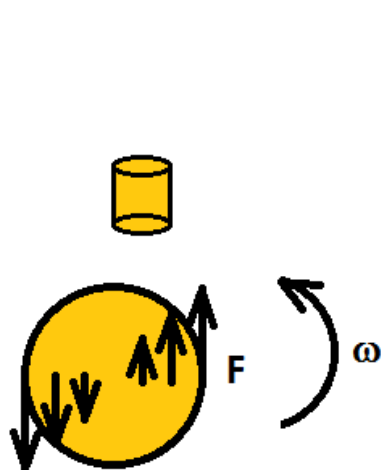
$$\mathbf{f}_{\text{rot}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (8)$$

Elektromagnetická síla je dle rovnice 8 dána součinem dvou proměnných, které jsou obecně závislé na čase. Výsledná síla proto obsahuje složku časově středovanou a oscilační. Předpokládá se však, že frekvence rotačního magnetického pole je dostatečně velká, aby mohla být oscilační složka (následkem setrvačnosti) zanedbána – vzhledem k časově středované složce (*Priede* [13]). Oscilační složka Lorentzovy síly rotuje s dvojnásobnou frekvencí. Ovšem tekutina, z důvodu její dostatečně vysoké setrvačnosti, není schopna dosáhnout tak velké změny složky síly. Z tohoto důvodu se oscilační složka síly zanedbává a

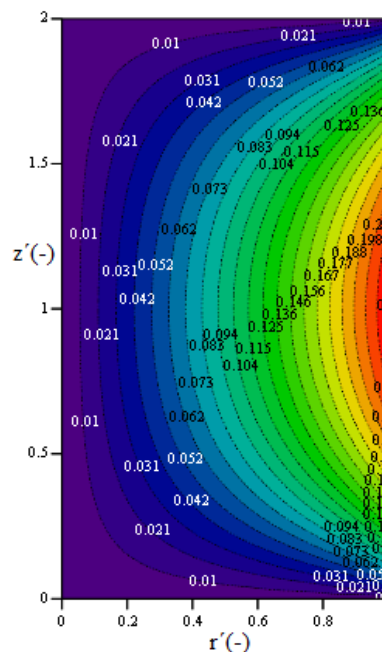
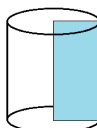
sleduje se pouze časově nezávislá složka (Mößner [2]). Proveďte se tedy časové zprůměrování přes jednu periodu a jediná nenulová složka Lorentzových vychází ta v azimutálním směru. Výsledný analytický vztah pro časově průměrovanou Lorentzovu sílu v azimutálním směru je:

$$\overline{f_{\text{rot } \varphi}} = \frac{\sigma \cdot B_0^2 \cdot \omega}{2} \cdot \left(r - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot J_1(m_i \cdot r)}{(m_i^2 - 1) \cdot J_1(m_i)} \cdot \frac{\sinh(m_i \cdot z) + \sinh(m_i \cdot (H - z))}{\sinh(m_i \cdot H)} \right) \quad (9)$$

Veličiny jako poloměr, velikost nádoby ve směru osy z a celková výška nádoby H jsou v této rovnici (a dále i v zobrazení výsledků) uvažovány jako bezrozměrné, tzn. vyděleny velikostí poloměru nádoby R .



obrázek 17 Lorentzova síla F



obrázek 18 Kontury Lorentzových sil ve válcové nádobě – z analytického vzorce

Rovnice analytického vyjádření Lorentzových sil v azimutálním směru (rovnice 9) je ve shodě s publikovanými výsledky jiných autorů, viz (např. Marty [16]).

Při zobrazení kontur časově středovaných Lorentzových sil v azimutálním směru se maxima vyskytují u vnějšího okraje nádoby v oblasti poloviny výšky nádoby, minima se vyskytují u axiální osy nádoby a u horní a dolní podstavy. Členy výsledného analytického vztahu pro Lorentzovu sílu byly dále testovány na vliv velikosti nádoby, vliv počtu členů řady, vliv velikosti Taylorova čísla atd.

Kontury Lorentzových sil ve válcové nádobě vypočítané z Fluentu jsou velice podobné konturám vycházejícím z analytického vzorce (rovnice 9). Velikost Lorentzových sil z analytického vzorce (obr. 18) se s Fluentem poměrně slušně shodují (ve Fluentu jsou o cca 10 % menší). Tvar kontur i směr vektorů Lorentzových sil na obr. 2 – 3 je ovlivněn tím, že nenulová je i síla v axiálním směru. Axiální síla má však mnohem menší velikost než dominantní azimutální. Dle odvozeného analytického vzorce pro Lorentzovu sílu je jediná nenulová složka sil ta v azimutálním směru.

4 Závěr

V této práci byl popsán vliv rotačního magnetického pole na vodivou taveninu v nádobě. Numerická simulace silových účinků a proudění byla provedena v softwaru Ansys Fluent s použitím nadstavbového modulu MHD. Pro válcovou nádobu byl odvozen analytický vzorec pro Lorentzovu sílu. Kontury a velikost sil vykazují poměrně dobrou shodu s výsledky z Fluentu. Pro krychlovou nádobu byly silové účinky porovnány s výsledky nekomerčního kódu NS-FEM3D. Poměrně dobrá shoda byla u maximálních hodnot sil, ostatní jsou ve Fluentu o něco menší. Jako velký limit řešení MHD ve Fluentu se ukázala nutnost velice malého časového kroku (pro danou frekvenci pole). Toto omezení velice prodloužilo čas výpočtu.

Práce bude dále pokračovat použitím odvozeného analytického vzorce pro Lorentzovu sílu na krychlovou nádobu. Toto použití předpokládá určité zjednodušení, které platí u válcové nádoby, ale u krychlové již méně, a proto na oblasti s největší odchylkou (rohy nádoby) bude nasazena tlumicí funkce.

Literatura

- [1] DOLEŽAL I, MUSIL L.: Moderní průmyslové technologie založené na procesech v tekutých kovech řízených elektromagnetickým polem, GA ČR 102/03/0047, Praha, 2003
- [2] R. MÖSNER, G. GERBETH: Buoyant melt flows under the influence of steady and rotating magnetic fields, *Journal of Crystal Growth* 197, 1999
- [3] R. U. BARZ, G. GERBETH: Modelling of the isothermal melt flow due to rotating magnetic fields in crystal growth, *Journal of Crystal Growth* 180, 1997
- [4] P. DOLD, K. W. BENZ: Rotating magnetic fields: Fluid Flow and Crystal Growth Applications, *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials* (1999)7-38
- [5] J. STILLER, K. KOAL, K. FRAŇA, R. GRUNDMANN: Stirring of melts using rotating and traveling magnetic fields, *Fifth International Conference on CFD in the Process Industries, Melbourne, Australia, 2006*
- [6] K.-H. SPITZER: Application of Rotating Magnetic Fields in Czochralski Crystal Growth, *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials*, vol. 38, pp 39 – 58, 1999
- [7] P. DOLD, K. W. BENZ: Modification of Fluid Flow and Heat Transport in Vertical Bridgman Configurations by Rotating Magnetic Fields, *Crystal Research and Technology*, 32, 1997, 51-60
- [8] B. WILLERS, S. ECKERT, P. A. NIKRITYUK, D. RÄBINGER, J. DONG, K. ECKERT, G. GERBETH: Efficient Melt Stirring Using Pulse Sequences of Rotating Magnetic Field: Part II. Application to Solidification of Al-Si Alloys, *The Minerals, Metals and Materials Society and ASM International 2007, Metallurgical and Materials Transactions B*, volume 39B, April 2008
- [9] ANSYS FLUENT 12.0 *Magnetohydrodynamics (MHD) Module Manual*, 2009
- [10] K. FRAŇA, V. HONZEJK: Comments about a Self-developed Finite-Element Code Used in Incompressible Flow Simulations, *2nd WSEAS International Conference on Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements*, Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009
- [11] P. A. DAVIDSON: *An Introduction to Magnetohydrodynamics*, Cambridge, 2001
- [12] K. FRAŇA, V. HONZEJK, K. HORÁKOVÁ: A Numerical Simulation of the Magnetically Driven Flows in a Square Container Using the Delayed Detached Eddy Simulation, *Computational Fluid Dynamics 2010*, pp 745-751, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011
- [13] J. PRIEDE: Theoretical study of a flow in an axisymmetric cavity of finite length, driven by a rotating magnetic field, *Ph. D. thesis*, Latvia, 1993
- [14] R. U. BARZ, G. GERBETH, U. WUNDERWALD, E. BUHRIG, Y. M. GELFGAT: Modelling of isothermal melt flow due to rotating magnetic fields in crystal growth, *Journal of Crystal Growth*, Volume 180, Issues 3–4, 1 October 1997, p. 410–421
- [15] J. V. STEWART: Intermediate Electromagnetic Theory, *World Scientific*, 2001
- [16] MARTY PH, M. WITKOWSKI L.: On the stability of rotating MHD flows, *Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconductiong Flows*, 1999